Università degli Studi di Salerno - Facoltà di Ingegneria – A.A. 2011-2012

Laurea Specialistica in Ingegneria per l'Ambiente ed il Territorio

Corso di Frane

Docente: ing. Michele Calvello

Analisi probabilistiche ed "incertezze"

Nadim (2007)

“Most of the parameters used in geotechnical analyses, in particular the mechanical soil properties, are uncertain. **Working with uncertainty is therefore an essential aspect of geotechnical engineering**.”

“The geotechnical engineer tries to deal with the uncertainties by choosing reasonably conservative parameters for the deterministic stability evaluation. This approach, however, fails to address the problem of properly and consistently dealing with uncertainties.”

“To characterize the uncertainties in soil and/or rock properties, the engineer needs to combine, in addition to actual data, knowledge about the quality of the data, knowledge on the geology and, most importantly, engineering judgment. Once the uncertainty in input parameters and model(s) for solving a particular problem are quantified, the engineer has a variety of tools at his disposal to evaluate the uncertainty in the output.”

Nadim F. (2007). Tools and Strategies for Dealing with Uncertainty in Geotechnics. “Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering”, CISM, Udine, 71-95.

Fonti e tipi di incertezza

Incertezza aleatoria (*aleatory or inherent uncertainty*)

Incertezza dovuta alla **variabilità naturale di un parametro**.

Non può essere ridotta o eliminata.

Esempi: variabilità spaziale di un parametro geotecnico all'interno di uno strato di terreno uniforme.

Incertezza epistemica (*epistemic uncertainty*)

Incertezza dovuta alla **mancanza di conoscenza su un parametro**.

Può essere ridotta (o anche eliminata) attraverso: raccolta di ulteriori dati o informazioni, miglioramento di strumenti e metodi di misura, miglioramento del modelli di analisi.

Incertezza di misura (*measurement uncertainty*) = Accuratezza. Condizionata da errori sistematici (*bias*) ed errori casuali (precisione). Fornita dal produttore o calcolata con esperimenti.

Incertezza statistica (*statistical uncertainty*). Dovuta a informazioni limitate, condizionata dalla tecnica di stima utilizzata.

Incertezza di modello (*model uncertainty*). = Rapporto tra valore reale e valore calcolato dal modello. Generalmente quantificata con la deviazione standard del valore medio (variabilità delle previsioni del modello).

Errori grossolani (*human errors and omissions*)

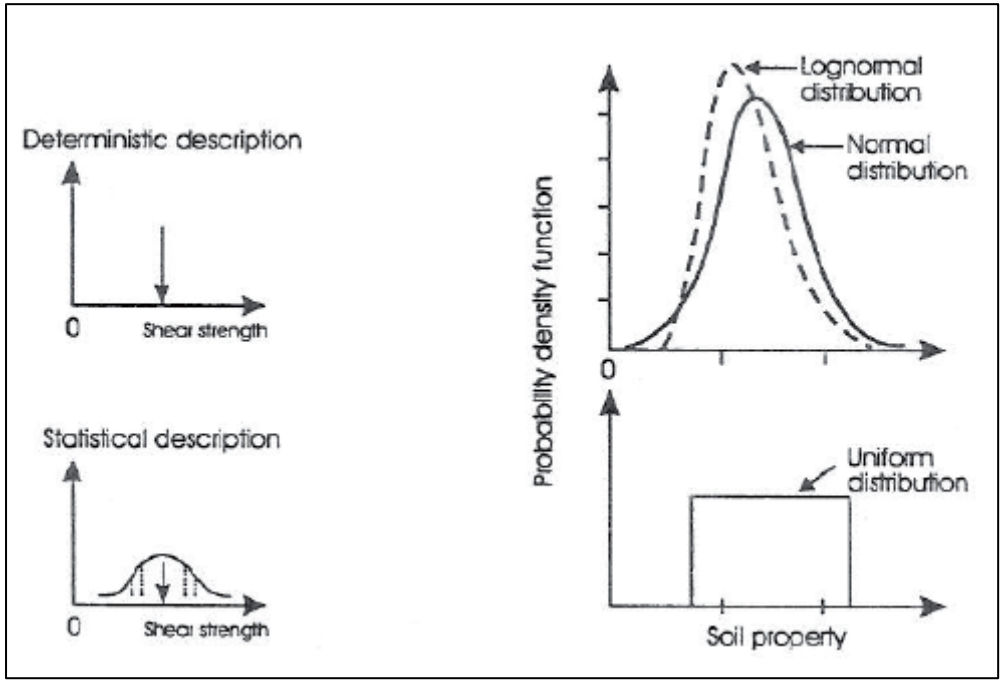
Incertezze nella stima delle proprietà dei terreni

Approccio deterministico

Scelta di un **valore caratteristico** (valore più probabile o valore conservativo) con giudizio esperto sulla base di: dati disponibili, intervallo di valori attesi, problematica geotecnica, esperienza.

Approccio statistico

Definizione di una **variabile casuale** descritta da parametri statistici: media, varianza (deviazione standard, coefficienti di variazione) e funzione di densità di probabilità.



Nadim (2007)

Incertezze nella stima delle proprietà dei terreni

Le incertezze nella stima delle proprietà dei terreni condizionano l'affidabilità (*reliability*) delle analisi geotecniche. Se vengono determinate con metodi statistici è importante assicurarsi della congruenza della popolazione di dati utilizzata (Lacasse & Nadim, 1996).

Review made on test results in the files of Norwegian Geotechnical Institute and data available from the literature

Soil property	Soil type	Prob. distr. function	CoV
Cone resistance	Sand Clay	LN N/LN	Varies greatly from site to site
Undrained shear strength, s_u*	Clay (triax) Clay (index s_u) Clayey silt	LN LN N	5 - 20% 10 - 35% 10 - 30%
Ratio s_u / σ'_{vo}	Clay	N/LN	5 - 15%
Plastic limit	Clay	N	3 - 20%
Liquid limit	Clay	N	3 - 20%
Submerged unit weight	All soils	N	0 - 10%
Friction angle	Sand	N	2 - 5%
Void ratio, porosity, initial void ratio	All soils	N	7 - 30%
Overconsolidation ratio	Clay	N/LN	10 - 35%

N/LN: Normal and lognormal distributions

* s_u estimated from index tests

Lacasee & Nadim (1996)

Lacasse, S. and Nadim, F. (1996). Uncertainties in Characterizing Soil Properties – Plenary paper. Proc. ASCE Special Technical Publication 58: Uncertainty in the Geologic Environment – From Theory to Practice. Madison, Wisconsin, USA, 1: 49–75.

Incertezza di modello

Le incertezze di modello sono dovute agli errori derivanti dalle **semplificazioni e dalle approssimazioni matematiche introdotte** per lo studio di un fenomeno naturale. Nelle analisi probabilistiche l'incertezza di modello (*model uncertainty*) può essere rappresentata da una **funzione di errore** (*error function*) con distribuzione normale o lognormale.

Stima dell'incertezza di modello *(Phoon & Kulhawy 2003)*

- Confronto tra risultati sperimentali e risultati deterministici del modello
- Opinioni esperte
- Casi di studio su "prototipi"
- Informazioni di letteratura

Modi di portare in conto l'incertezza di modello *(Phoon & Kulhawy 2003)*

- Fattore in ognuna delle variabili casuali dell'analisi
- Fattore in alcune componenti specifiche del modello
- Fattore globale della funzione di stato (i.e. risultato dell'analisi)

Phoon, K.K. & Kulhawy, F.H. (2003). Evaluation of Model Uncertainties for Reliability-based Foundation Design, In Proceedings of 9th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering, San Francisco, USA, July 6-9, 2: 1351-135.

Metodi di analisi di tipo probabilistico

Teoria delle probabilità (*probability theory*) ed **analisi di affidabilità** (*reliability analyses*) consentono di definire un quadro di riferimento per la **progettazione in condizioni di incertezza** (*decision making under uncertainty*).

Perché utilizzare metodi di analisi di tipo probabilistico?

- Portare in conto, in modo esplicito, le incertezze
- Calcolo quantitativo del rischio associato alla realizzazione di un'opera (o rischio da frana)
- Complemento ad analisi di tipo convenzionale (i.e. deterministiche) per approfondimenti di conoscenza su parametri e risultati dei modelli utilizzati

Risultati di analisi probabilistiche

- Probabilità di collasso o di superamento di uno stato limite ultimo
- Indice di affidabilità (*reliability index*)
- Combinazione più probabile di valori di parametri che portano a rottura
- Analisi di sensitività dei risultati a variazioni nei parametri di input

Fonti di incertezza

- Indagini limitate
- Errori di misura
- Variabilità spaziale dei parametri geotecnici
- Stima dei parametri geotecnici
- Modelli di calcolo

Il coefficiente di sicurezza non è un indicatore sufficiente del margine di sicurezza nei confronti di possibili meccanismi di collasso perché le incertezze dell'analisi influenzano la probabilità di collasso. Un basso coefficiente di sicurezza non necessariamente corrisponde ad un'alta probabilità di collasso e viceversa (Christian 2004).

Un Esempio: "Probabilities of failure for James Bay dikes" *(Christian et al., 1994)*

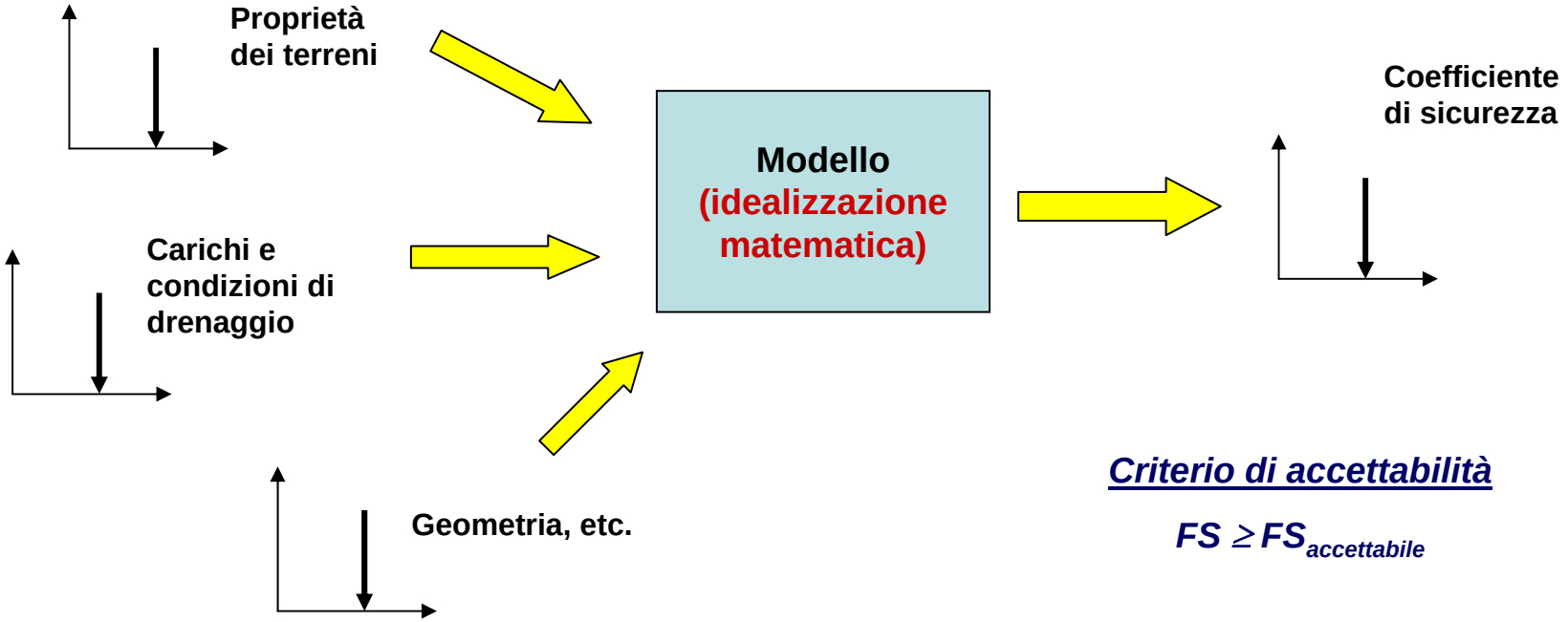
Case	Factor of safety, F	Probability of failure, P_f
H = 6 m, single stage	1.58	$2.5 \cdot 10^{-2}$
H = 12 m, single stage	1.53	$4.7 \cdot 10^{-3}$
H = 23 m, stage-construction	1.50	$7.1 \cdot 10^{-4}$

Christian, J.T. (2004). Geotechnical Engineering reliability: How well do we know what we are doing? ASCE Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 130(10): 985-1003. **Christian, J.T., Ladd, C.C., and Baecher, G.B. (1994)**. Reliability Applied to Slope Stability Analysis. ASCE Journal of Geotechnical Engineering , 120(12): 2180-2207.

Analisi di tipo deterministico

Criterio: **Carichi < Resistenza / Coefficiente di sicurezza**

La presenza di un coefficiente di sicurezza, FS (maggiore di 1), implicitamente riconosce le incertezze legate a: variabilità di carichi e proprietà di resistenza dei materiali, approssimazioni di modello, effetti di tecnologie e sequenze costruttive, etc…



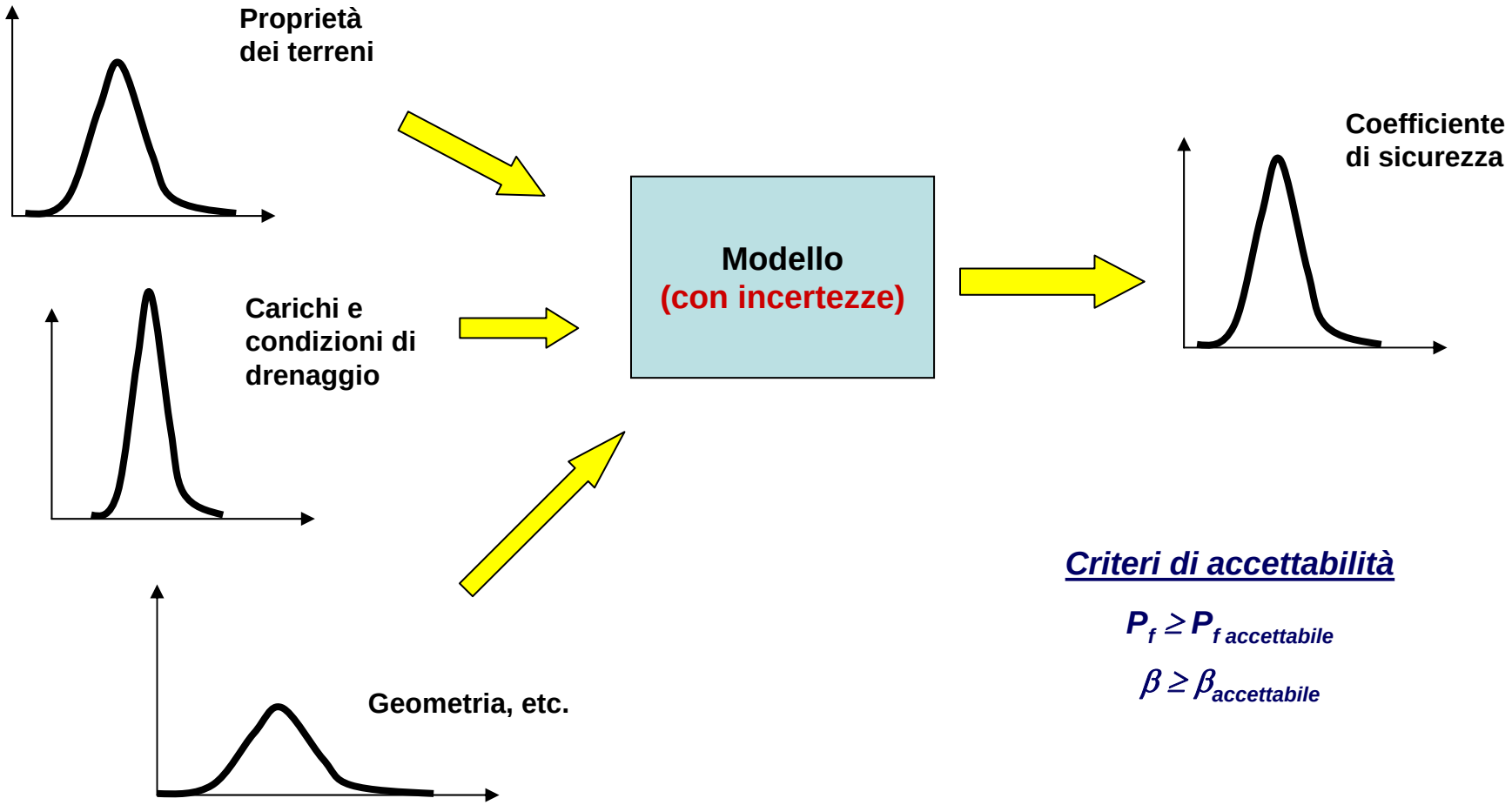
Criterio di accettabilità

$FS \geq FS_{accettabile}$

Fonte: Nadim (LARAM School)

Analisi di tipo probabilistico

Criterio: **Valutazione della probabilità di collasso (P_f) e/o dell'indice di affidabilità (β)**



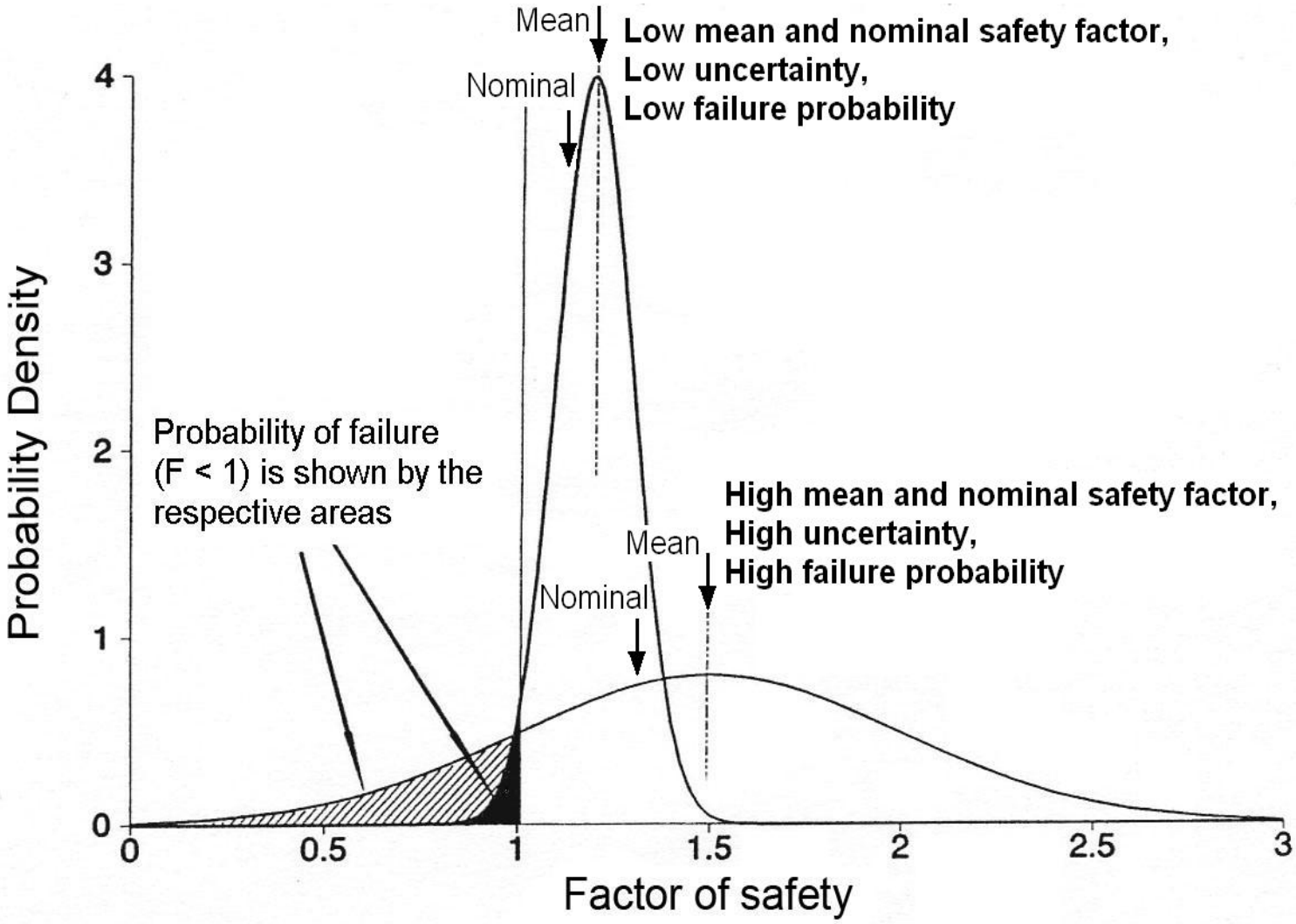
Criteri di accettabilità

$$P_f \geq P_{f\ accettabile}$$

$$\beta \geq \beta_{accettabile}$$

Fonte: Nadim (LARAM School)

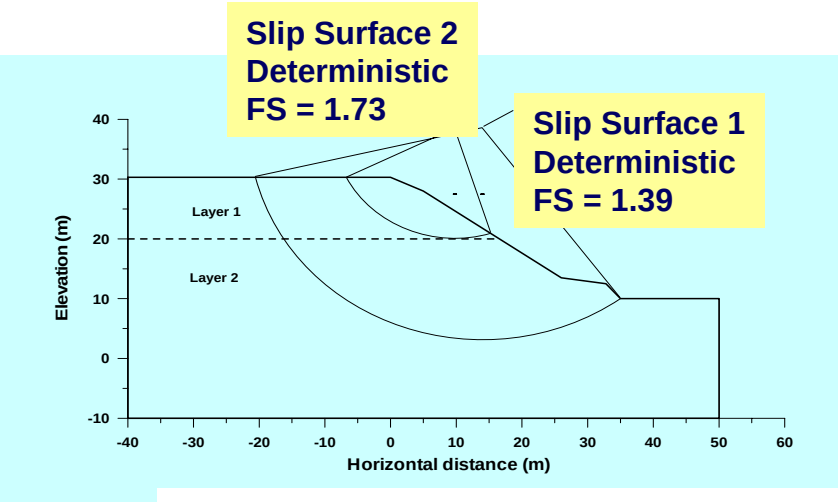
Analisi di tipo probabilistico

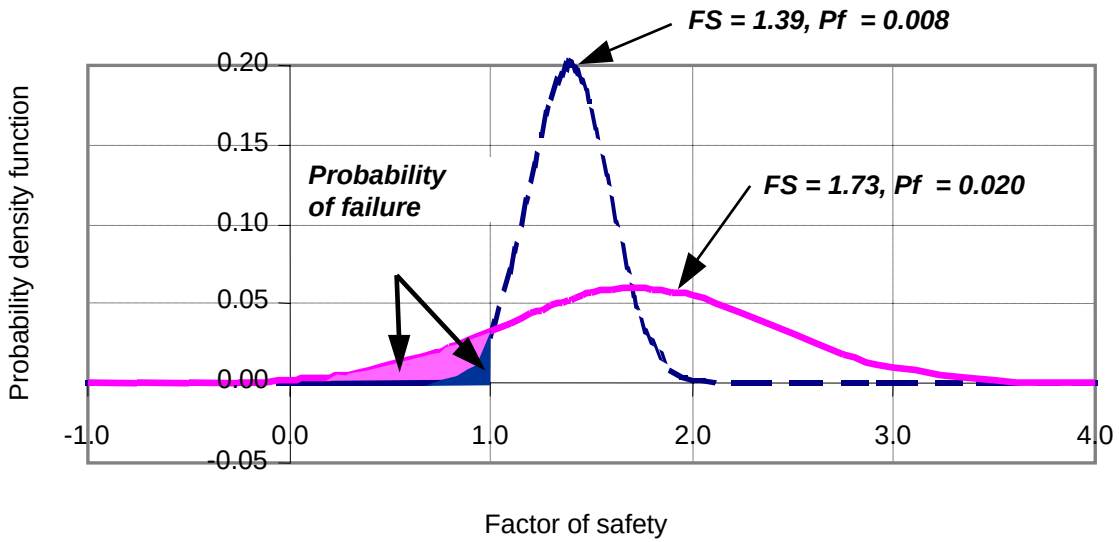


Fonte: Nadim (LARAM School)

Analisi di tipo probabilistico

Un Esempio





Fonte: Nadim (LARAM School)

Metodi di analisi probabilistica

“Reliability analyses”

- FOSM (*First Order Second Moment*)
- FORM/SORM (*First/Second Order Reliability Method*)
- Simulazioni Montecarlo
- Albero degli eventi (*Event tree analysis*)

FOSM Approach (Ang & Tang 1984)

Il metodo FOSM consente di ricavare la media e la deviazione standard di una **variabile casuale dipendente**, Y (i.e. risultato), in funzione della media e della deviazione standard di una serie di **variabili casuali indipendenti**, X = $x_1 \ldots x_n$ (parametri di input).

$$Y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

Ipotesi del metodo

La media e la varianza approssimata della funzione Y possono essere stimate utilizzando la serie di Taylor della funzione, troncata al primo ordine, attorno alle medie delle variabili indipendenti

Risultati del metodo

Media di Y $\mu_Y \approx f(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \ldots\ldots, \mu_{x_n})$

Varianza di Y $\sigma_Y^2 \approx \{b\}^T [C] \{b\}$

$[C] = [\sigma][R][\sigma]$

- $[C]$ — Matrice di covarianza
- $R_{ij} = \rho_{ij}$ — Matrice di correlazione
- $[\sigma]$ — Matrice (diagonale) delle deviazioni standard

$$\{b\}^T = \{\partial Y/\partial x_1, \partial Y/\partial x_2, \ldots\ldots, \partial Y/\partial x_n\}\Big|_{\mu_x}$$

Varianza di Y (variabili indipendenti non correlate) $\sigma_Y^2 \approx \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial Y}{\partial x_i}\Big|_{\mu_{x_i}} \right)^2 \cdot \sigma_{x_i}^2$

Ang, A.H.S., and Tang, W. (1984). Probability Concepts in Engineering Planning and Design. Volume I Basic Principles. John Wiley and Sons, New York, USA.

FOSM Approach (Ang & Tang 1984)

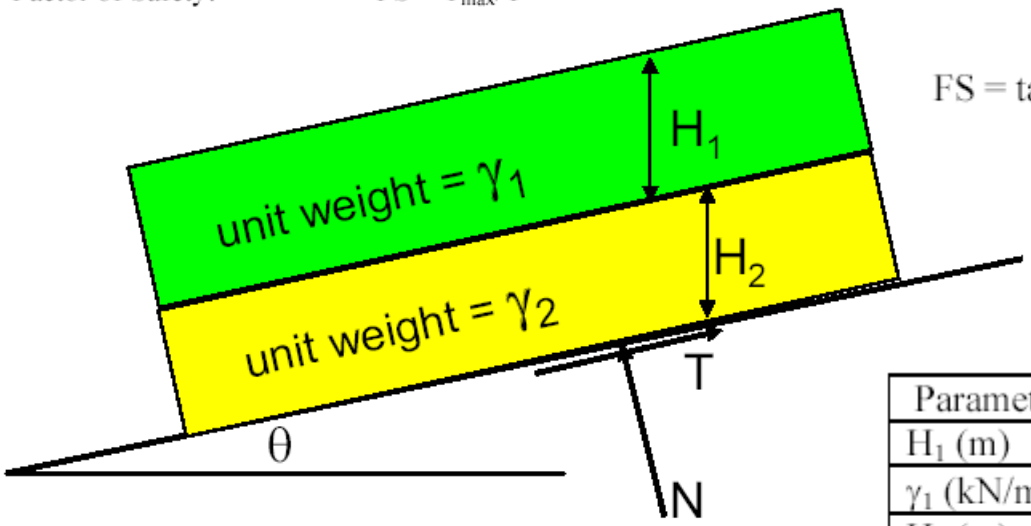
Un Esempio

The shear strength at the soil-rock interface follows the Mohr-Coulomb rule (cohesion c and friction angle ϕ). Considering a unit area of the slope, from equilibrium considerations we have:

$$N = (\gamma_1 \cdot H_1 + \gamma_2 \cdot H_2) \cdot \cos^2(\theta)$$
$$T = (\gamma_1 \cdot H_1 + \gamma_2 \cdot H_2) \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\theta)$$

Mohr-Coloumb criterion : $T_{max} = N \cdot \tan(\phi) + c$

Factor of Safety: $FS = T_{max}/T$



$$FS = \tan(\phi)/\tan(\theta) + 2c/\{(\gamma_1 \cdot H_1 + \gamma_2 \cdot H_2) \cdot \sin(2\theta)\}$$

Parameter	Mean value	Standard deviation
H_1 (m)	5	0.5
γ_1 (kN/m^3)	18	1.0
H_2 (m)	5	1.0
γ_2 (kN/m^3)	18	1.0
c (kPa)	10	3
ϕ (degrees)	33	2 (= 0.0349 rad)
θ (degrees)	22	0 or 2° (Ques. 2)

Fonte: Nadim (LARAM School)

FOSM Approach (Ang & Tang 1984)

Un Esempio

$\mu_{FS} \approx \tan(33°)/\tan(22°) + 2\times10/((18\times5+18\times5)\times\sin(44°)) = 1.767$

Variable X_i	$\partial FS / \partial X_i$	Value of $\partial FS / \partial X_i$ At mean value of parameters	$(\partial FS / \partial X_i)^2$	$(\partial FS / \partial X_i)^2 \cdot \sigma^2_{Xi}$
ϕ	$\frac{1}{\tan(\theta)\cos^2(\phi)}$	3.519	12.383	0.0151
c	$\frac{2}{(\gamma_1 H_1 + \gamma_2 H_2)\cdot\sin(2\theta)}$	0.016	0.0003	0.0023
θ	$-\frac{\tan(\phi)}{\sin^2(\theta)} - \frac{4c\cos(2\theta)}{(\gamma_1 H_1 + \gamma_2 H_2)\sin^2(2\theta)}$	− 4.959	24.592	0.0
γ_1	$\frac{-2cH_1}{(\gamma_1 H_1 + \gamma_2 H_2)^2 \sin(2\theta)}$	-0.0044	$1.974\cdot10^{-5}$	$1.974\cdot10^{-5}$
H_1	$\frac{-2c\gamma_1}{(\gamma_1 H_1 + \gamma_2 H_2)^2 \sin(2\theta)}$	-0.016	0.0003	$6.396\cdot10^{-5}$
γ_2	$\frac{-2cH_2}{(\gamma_1 H_1 + \gamma_2 H_2)^2 \sin(2\theta)}$	-0.0044	$1.974\cdot10^{-5}$	$1.974\cdot10^{-5}$
H_2	$\frac{-2c\gamma_2}{(\gamma_1 H_1 + \gamma_2 H_2)^2 \sin(2\theta)}$	-0.016	0.0003	$2.558\cdot10^{-4}$
$\sigma^2_{FS} = \sum (\partial FS / \partial X_i)^2 \cdot \sigma^2_{Xi}$				0.0178

$\sigma_{FS} \approx 0.1333$, CoV = 0.1333 / 1.767 = 7.54 %

Fonte: Nadim (LARAM School)

FOSM Approach (Ang & Tang 1984)

Un Esempio

2. Repeat the calculations assuming the angle θ has a standard deviation of 2 degrees.

Variable X_i	$\partial FS/\partial X_i$	Value of $\partial FS/\partial X_i$ At mean value of parameters	$(\partial FS/\partial X_i)^2$	$(\partial FS/\partial X_i)^2 \cdot \sigma^2_{Xi}$
ϕ	$\frac{1}{\tan(\theta)\cos^2(\phi)}$	3.519	12.383	0.0151
c	$\frac{2}{(\gamma_1 H_1 + \gamma_2 H_2)\cdot \sin(2\theta)}$	0.016	0.0003	0.0023
θ	$-\frac{\tan(\phi)}{\sin^2(\theta)} - \frac{4c\cos(2\theta)}{(\gamma_1 H_1 + \gamma_2 H_2)\sin^2(2\theta)}$	– 4.959	24.592	**0.030**
γ_1	$\frac{-2cH_1}{(\gamma_1 H_1 + \gamma_2 H_2)^2 \sin(2\theta)}$	-0.0044	$1.974\cdot10^{-5}$	$1.974\cdot10^{-5}$
H_1	$\frac{-2c\gamma_1}{(\gamma_1 H_1 + \gamma_2 H_2)^2 \sin(2\theta)}$	-0.016	0.0003	$6.396\cdot10^{-5}$
γ_2	$\frac{-2cH_2}{(\gamma_1 H_1 + \gamma_2 H_2)^2 \sin(2\theta)}$	-0.0044	$1.974\cdot10^{-5}$	$1.974\cdot10^{-5}$
H_2	$\frac{-2c\gamma_2}{(\gamma_1 H_1 + \gamma_2 H_2)^2 \sin(2\theta)}$	-0.016	0.0003	$2.558\cdot10^{-4}$
$\sigma^2_{FS} = \sum (\partial FS/\partial X_i)^2 \cdot \sigma^2_{Xi}$				0.0478

$\sigma_{FS} \approx 0.2185$, CoV = 0.2185 / 1.767 = 12.37 %

Fonte: Nadim (LARAM School)

FOSM Approach (Ang & Tang 1984)

L'approssimazione FOSM, stimando esclusivamente la media e la deviazione standard della funzione Y, non consente la **stima della probabilità di superamento di uno stato limite di Y** (e.g. **collasso**), per la quale è necessario ipotizzare la funzione di distribuzione della variabile casuale Y oltre, ovviamente, alla funzione di stato limite (e.g. margine o fattore di sicurezza).

Funzione di stato limite (*performance function*)

$G(X) \geq 0$ Verifica di stato limite soddisfatta

$G(X) < 0$ Verifica di stato limite insoddisfatta (e.g. collasso, rottura)

Indice di affidabilità (*reliability index*)

Può essere usato come misura alternativa della condizione di stato limite (Li & Lumb 1987, Christian et al. 1994)

$$\beta = \frac{\mu_G}{\sigma_G}$$

- μ_G Media della funzione di stato limite
- σ_G Deviazione standard della funzione di stato limite

Li, K.S., and Lumb, P. (1987). Probabilistic design of slopes. Canadian Geotechnical Journal. 24: 520-535.

FOSM Approach (Ang & Tang 1984)

dall'esempio di prima…

Probabilità di collasso $P_f = \Phi(-\beta)$

$\beta = (\mu_F - 1) / \sigma_F$

$\Phi(\beta)$ = Funzione di ripartizione normale standard

3. Estimate the failure probability of the slope assuming a normal distribution for FS.

$\mu_{FS} = 1.767, \qquad \sigma_{FS} = 0.2185, \qquad P_f = P[\text{Failure}] = P[FS < 1]$

Note P[….] mean the probability that …..

Distance between μ_{FS} and FS = 1 is $(1.767 - 1) / 0.2185 = 3.51$ standard deviations. In other words, the reliability index $\beta = 3.51$.

Assuming a normal distribution for FS, $P_f = \Phi(-\beta)$. From the Table of Standard Normal Probability (see table at the end of this note):

$\Phi(-3.51) = 1 - \Phi(3.51) = 1 - 0.999776 = 2.24 \cdot 10^{-4}$

Fonte: Nadim (LARAM School)

FOSM Approach (Ang & Tang 1984)

Funzione di stato limite e indice di affidabilità

L'indice di affidabilità stimato utilizzando l'approccio FOSM non è un "invariante" in quanto dipende dalla funzione di stato limite utilizzata.

Nadim (2007)

G(X)	β
$R - S$	$\frac{F-1}{\sqrt{F^2 CoV_R^2 + CoV_S^2}}$
$\frac{R}{S} - 1$	$\frac{F-1}{F\sqrt{CoV_R^2 + CoV_S^2}}$
$\ln\frac{R}{S}$	$\frac{\ln F}{\sqrt{CoV_R^2 + CoV_S^2}}$

e.g. R/S = coefficiente di sicurezza in una analisi di stabilità

R Risultante delle resistenze

S Risultante delle forze mobilitate

CoV_R and CoV_S Coefficienti di variazione delle resistenze e delle forze mobilitate

$F = \mu_R / \mu_S$.

FORM and SORM (Hasofer & Lind 1974, Breitung 1984)

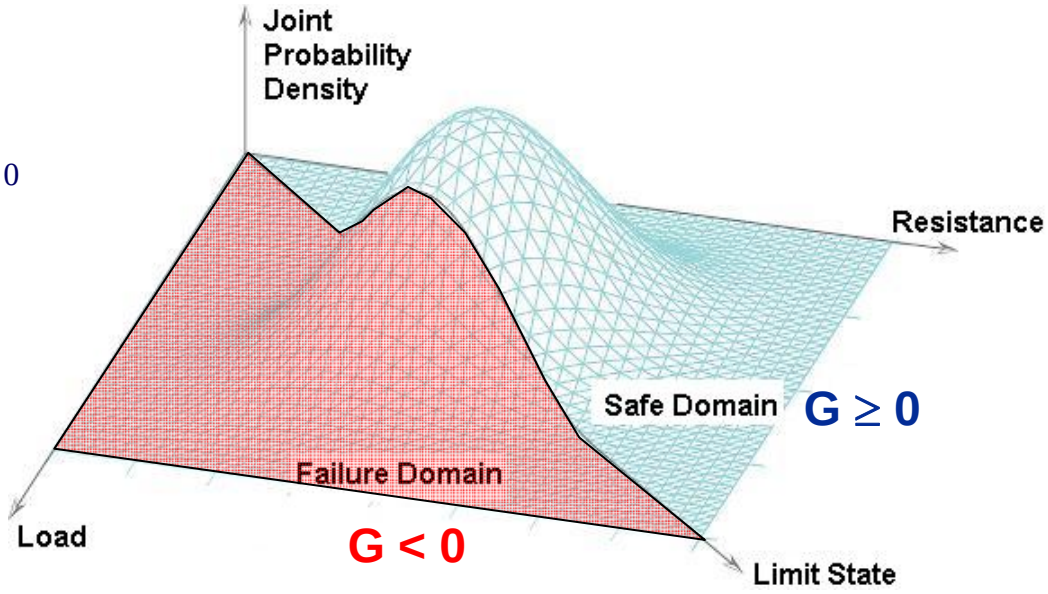
I metodi FORM e SORM (First- and Second-Order Reliability Methods) consentono una definizione invariante dell'indice di affidabilità β a partire dalla definizione di una funzione di stato limite G(X), con $X = (x_1, \ldots, x_n)$ vettore delle variabili casuali dipendenti.

Probabilità di collasso

Nota la funzione di probabilità congiunta delle variabili dipendenti, $F_x(X)$, la probabilità di collasso, P_f, è:

$$P_f = \int_L F_x(X)\, dX$$

con L = Dominio di X per il quale G(X) < 0



Nadim (LARAM School)

Hasofer, A.M., and Lind, N.C. (1974). Breitung, K. (1984). Asymptotic approximations for multinormal integrals. ASCE Journal of Engineering Mechanics, 110(3): 357-366. **Breitung, K. (1984)**. Asymptotic approximations for multinormal integrals. ASCE Journal of Engineering Mechanics, 110(3): 357-366

Ipotesi del metodo FORM (Hasofer & Lind 1974)

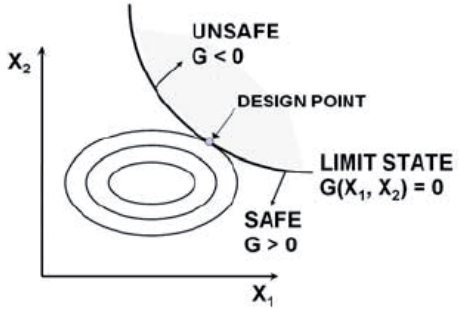
Il vettore X è trasformato nello spazio normale standard U, con U = vettore di variabili casuali indipendenti con media nulla e deviazione standard unitaria e G(U) = funzione lineare

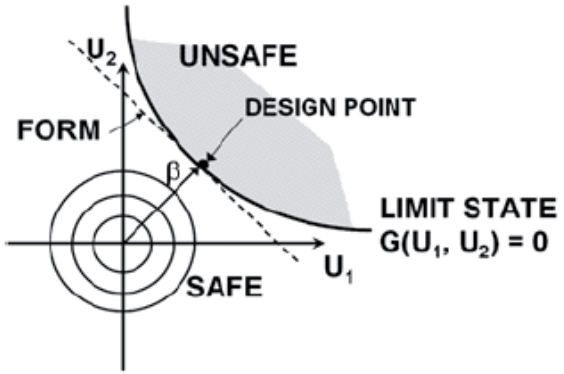
$$P_f = P\,[G(U) < 0] \approx P\,[\sum_{i=1}^{n} \alpha_i U_i - \beta < 0] = \Phi\,(-\beta)$$

- α_i = coseni direttori di U_i,
- β = distanza tra l'origine e l'iperpiano G(U) = 0
- Φ = funzione di distribuzione normale standard

Fasi del metodo FORM

1) Trasformazione del vettore delle variabili casuali, X, in un vettore di variabili casuali standard, U
2) Localizzazione del punto di massimo della funzione densità di probabilità congiunta (*most likely failure point*, *design point*, *β-point*) all'interno del dominio di collasso
3) Linearizzazione di G(U) e calcolo della distanza β
4) Stima della probabilità di collasso: $P_f \cong \Phi(-\beta)$



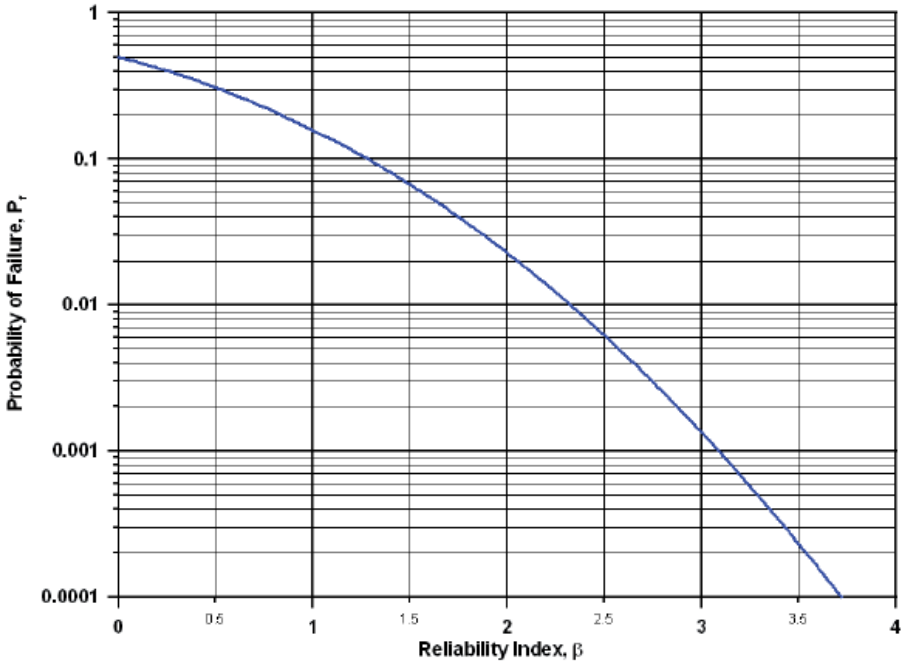


Metodo FORM

Commenti

- Il vettore dei coseni direttori delle variabili casuali, α_i, dipendenti è detto "**vettore dei fattori di sensibilità**".
- Il quadrato dei fattori di sensibilità, α_i^2 (la cui somma è uguale a 1), quantifica il contributo relativo dell'incertezza in ognuna delle variabili casuali dipendenti nei confronti dell'incertezza totale dell'analisi.
- La relazione $P_f = \Phi(\beta)$ è esatta quando la superficie di stato limite è planare.

Relazione tra probabilità di collasso e indice di affidabilità



Nadim (2007)

Metodo FORM

Un Esempio: pendio indefinito (coesione nulla)

Coefficiente di sicurezza $$F = \left(1 - \frac{u}{\gamma H \cos^2 \theta}\right) \frac{\tan \phi'}{\tan \theta}$$

Parametri

H = Altezza dello strato di terreno, ϕ' = angolo di attrito del terreno, ϑ = angolo del pendio,

γ = peso per untià di volume totale, u = pressioni neutre alla profondità H

Parameter	μ	σ	**Probability distribution**
Slope thickness, H (m)	10.0	1.0	Lognormal
Friction angle, ϕ' (degrees)	35.0	2.0	Normal
Slope angle, θ (degrees)	20.0	1.5	Lognormal
Unit weight, γ (kN/m^3)	18.0	0.5	Normal
Pore pressure at depth H, u (kPa)	20.0	7.0	Beta (0-40)

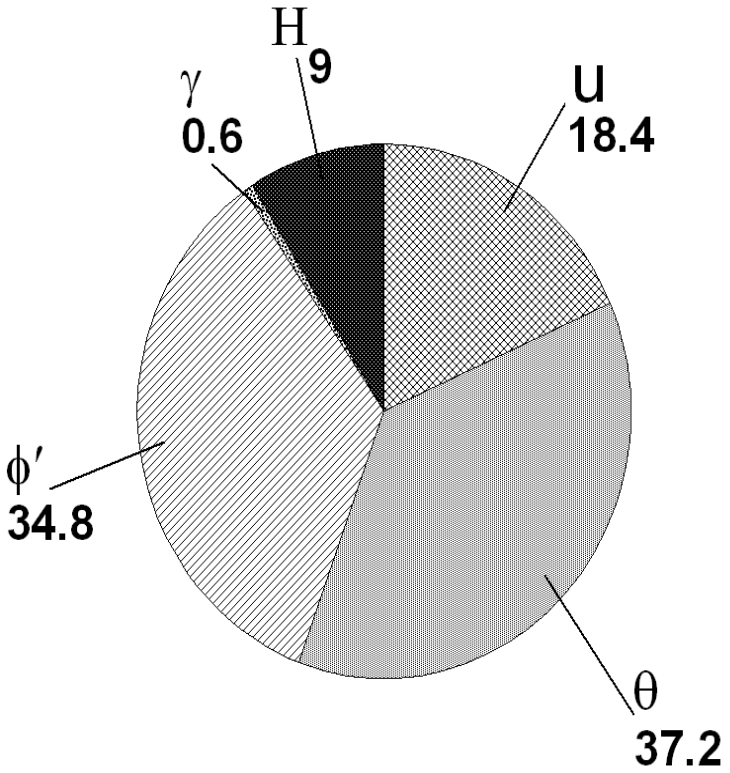
Fonte: Nadim (LARAM School)

Metodo FORM

Un Esempio: pendio indefinito (coesione nulla)

$$G = F - 1 \quad \begin{cases} \text{Probability of failure: } P_f = 3.9 \cdot 10^{-5} \\ \text{FORM reliability index: } \beta = 3.95 \end{cases}$$

Representative sensitivity factors for variables



	α_i
u	-0.43
H	0.30
ϕ'	0.59
γ	0.08
θ	-0.61

Sum of $\alpha_i^2 = 1.00$

Fonte: Nadim (LARAM School)

Metodo SORM

Commenti

- La funzione di stato limite è approssimata, a differenza di quella definita nel metodo FORM, da una funzione del secondo ordine (Breitung 1984).
- Nella maggior parte dei classici problemi di ingegneria geotecnica la probabilità di collasso ottenuta con le analisi SORM è molto simile ai valori ottenuti applicando il FORM (Lacasse & Nadim 1999).

Lacasse, S., and Nadim, F. (1999). Risk analysis in geo-engineering. Proceedings of Rocksite 1999 – International Conference on Rock Engineering Techniques for Site Characterization, Bangalore, India. Also NGI Report 594000-7.

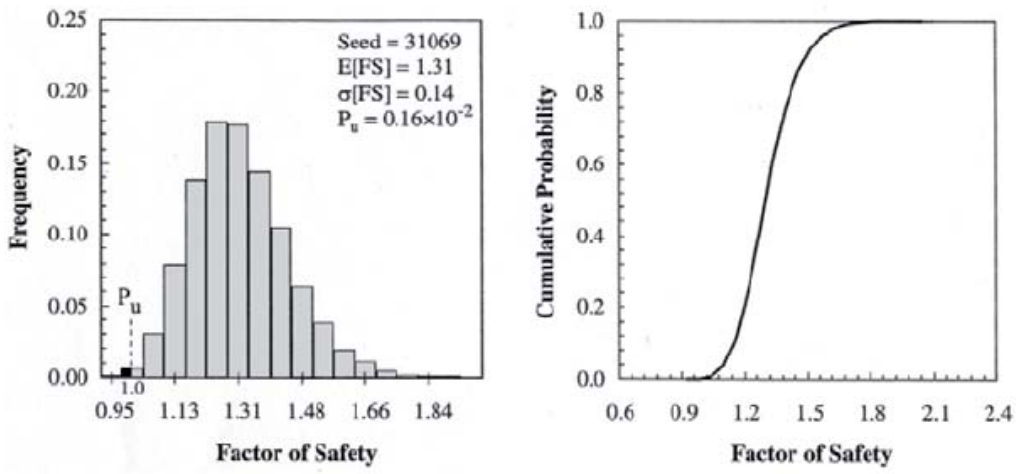
Simulazioni Montecarlo

Una simulazione Montecarlo è una procedura che simula il processo stocastico alla base dell'incertezza di una variabile casuale Y, risultato di un modello (e.g. numerico, analitico) del problema analizzato, attraverso la selezione casuale dei valori delle variabili di input del modello, $X = (x_1, \ldots, x_n)$, in funzione della loro funzione densità di probabilità congiunta.

La tecnica può essere applicata sia a modelli lineari che non-lineari ma spesso è necessario un numero molto elevato di analisi (i.e. simulazioni del modello) per giungere ad una distibuzione affidabile della variabile casuale Y. La tecnica non è utilizzabile quando la probabilità di collasso attesa è molto bassa, in quanto richiederebbe (con l'eccezione di problemi molto semplici) un numero esageratamente elevato di simulazioni del modello.

Esempio (El-Ramly et al. 2003)

Risultato di una analisi di stabilità all'equilibrio limite

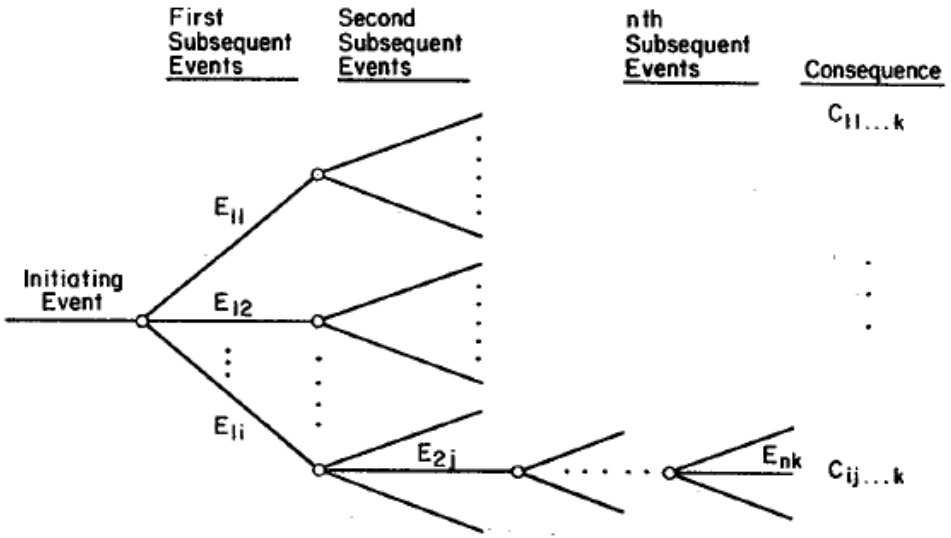


El-Ramly, H., Morgenstern, N.R., and Cruden, D.M. (2003). Probabilistic stability analysis of a tailings dyke on presheared clay-shale. Canadian Geotechnical Journal, 40: 192-208.

Albero degli eventi

A partire da un evento iniziale, è necessario individuare tutti i possibili eventi risultanti (sia dall'evento iniziale che da quelli successivi) e quantificare le probabilità associate a ciascuno dei possibili risultati. La **probabilità di un particolare evento risultante finale** (i.e. risultato dell'analisi) è data dal prodotto delle probabilità di tutti gli eventi che lo hanno generato.

Questa operazione può essere effettuata efficacemente e sistematicamente costruendo, a partire dall'evento iniziale, un diagramma ad albero noto come "Albero degli eventi", in cui ogni percorso rappresenta una specifica sequenza di eventi successivi che produce una conseguenza (e.g. Ang & Tang 1984, Whitman 1984).



IMPORTANTE

Gli eventi che seguono un evento (evento iniziale o qualsiasi altro evento successivo) sono mutuamente esclusivi e quindi la somma delle probabilità ad ogni nodo è sempre unitaria.

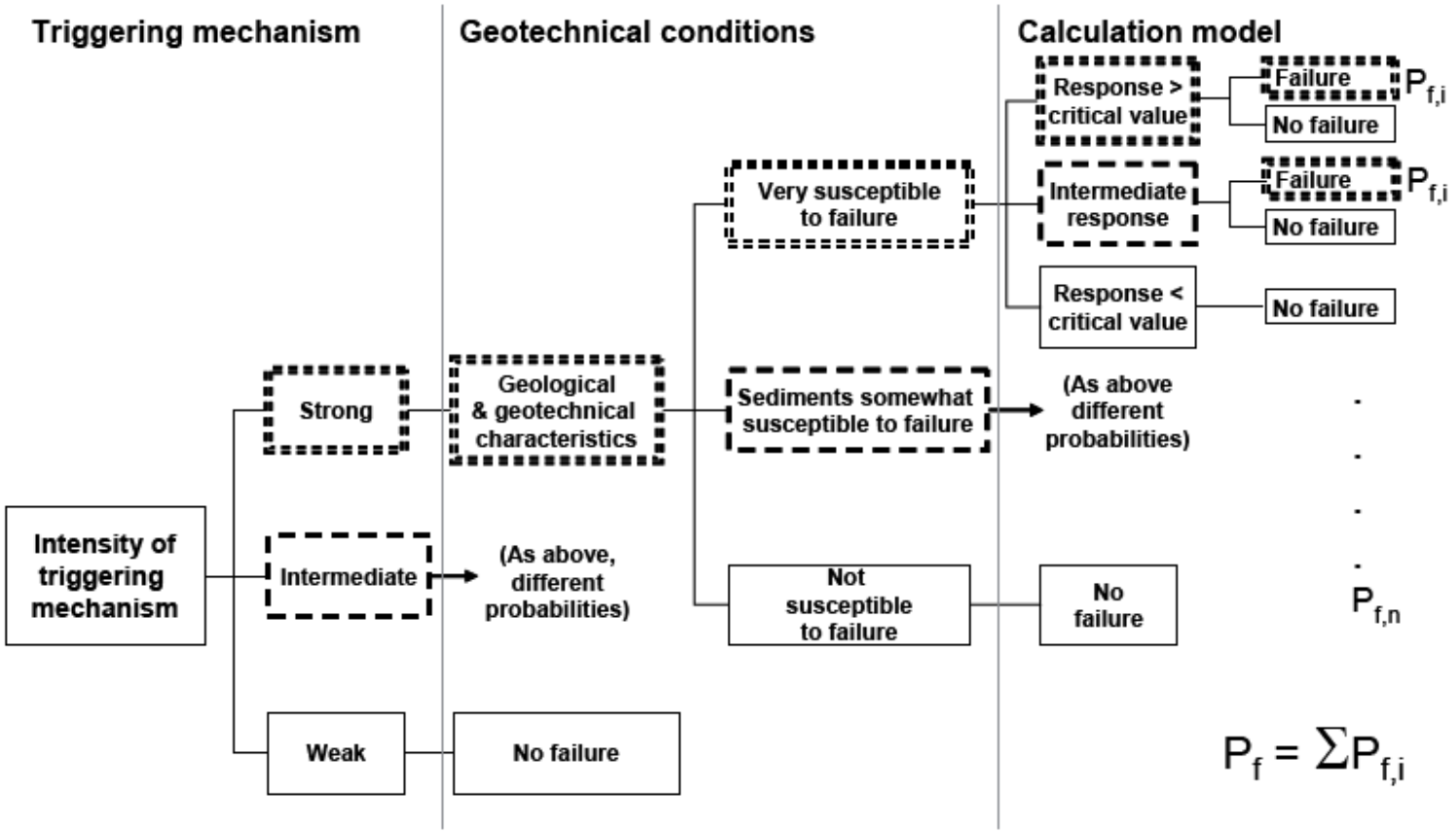
La stima delle probabilità è spesso frutto di un giudizio esperto.

Whitman, R.V. (1984). Evaluating calculated risk in geotechnical engineering. ASCE Journal of Geotechnical Engineering, 110(2): 145-188.

Albero degli eventi

Esempio (Nadim 2006)

Albero degli eventi per la stima della probabilità di collasso (*failure*) di un sistema geotecnico



Dispense

Articoli principali

Tools and Strategies for Dealing with Uncertainty in Geotechnics. Nadim F. (2006). “Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering”, CISM, Udine, 71-95.

(APPROFONDIMENTI)

Reliability Applied to Slope Stability Analysis. Christian, J.T., Ladd, C.C., and Baecher, G.B. (1994). ASCE Journal of Geotechnical Engineering , 120(12): 2180-2207.